Modele ze składową przypadkową, trendem i wahaniami sezonowymi.

Model Wintersa.

Stosujemy dwa modele:

a) **model multiplikatywny**,
(stosujemy najczęściej gdy poziom wahań sezonowych wokół trendu rośnie (maleje), dokładniej gdy względny poziom wahań sezonowych jest w przybliżeniu stały)

b) **model addytywny**,
(stosujemy najczęściej gdy poziom wahań sezonowych wokół słabego trendu lub stałego poziomu nie zmienia się, tzn. gdy bezwzględny poziom wahań sezonowych jest w przybliżeniu stały)

Model multiplikatywny.

Prognozę wyznaczamy w sposób sekwencyjny korzystając z trzech parametrów wygładzania

Prognozę zmiennej *Y* na okres *T* (*T*>*n*) $T = n+1, n+2$ itd.

Wyznaczamy na podstawie wzoru:

$$y_T^* = \left(F_n + (T-n)S_n\right)C_{T-r}$$

w szczególności prognozę bieżącą wyznaczamy następująco:

$$y_t^* = \left(F_{t-1} + S_{t-1}\right)C_{t-r}$$

gdzie

r - liczba faz cyklu (długość cyklu sezonowego)

oraz

$F_t = \alpha \dfrac{y_t}{C_{t-r}} + (1-\alpha)(F_{t-1} + S_{t-1})$ (służy do wygładzonej oceny wartości zjawiska)

$S_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1-\beta)S_{t-1}$ (służy do wygładzonej oceny wartości przyrostu trendu)

$C_t = \gamma \dfrac{y_t}{F_t} + (1-\gamma)C_{t-r}$ (służy do wygładzonej oceny sezonowości)

$\alpha, \beta, \gamma \in \langle 0,1 \rangle$ - parametry wygładzania.

Ich wartość dobieramy np. na podstawie kryterium najmniejszego błędu średniego prognoz wygasłych s* tzn. $\min\limits_{\alpha,\beta} s^*(\alpha,\beta,\gamma)$ gdzie $s^* = \sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - y_t^*(\alpha,\beta,\gamma)\right)^2}$.

Wartości początkowe F_{r+1} , S_{r+1}, C_1 , C_2 , ... , C_r , wyznaczamy następująco

- dla F przyjmuje się **wartość z szeregu czasowego odpowiadającą pierwszej fazie drugiego cyklu tzn: $F_{r+1} = y_{r+1}$** lub wartość średnią z pierwszego cyklu.

- Dla S przyjmuje się **różnicę średnich wartości z drugiego i pierwszego cyklu** lub zero.
- Dla C (w poszczególnych fazach I cyklu) **przyjmuje się ilorazy wartości zmiennej z I cyklu w odniesieniu do średniej wartości w I cyklu**,

$$C_1 = \frac{y_1}{\frac{(y_1 + y_2 + ... + y_r)}{r}};\ ....;C_r = \frac{y_r}{\frac{(y_1 + y_2 + ... + y_r)}{r}}$$

lub przyjąć 1.

Uwaga.

$$C_1 + C_2 + ... + C_r = r$$

Model addytywny.

Prognozę wyznaczamy w sposób sekwencyjny korzystając z trzech parametrów wygładzania

Prognozę zmiennej *Y* na okres *T* ($T > n$) $T = n+1, n+2$ itd.
Wyznaczamy na podstawie wzoru:

$$y_T^* = F_n + (T-n)S_n + C_{T-r}$$

gdzie
r - liczba faz cyklu (długość cyklu sezonowego)
oraz

$F_t = \alpha(y_t - C_{t-r}) + (1-\alpha)(F_{t-1} + S_{t-1})$ (służy do wygładzonej oceny wartości średniej)

$S_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1-\beta)S_{t-1}$ (służy do wygładzonej oceny wartości przyrostu trendu)

$C_t = \gamma(y_t - F_t) + (1-\gamma)C_{t-r}$ (służy do wygładzonej oceny sezonowości)

$\alpha, \beta, \gamma \in \langle 0,1 \rangle$ - parametry wygładzania. Dobór parametrów jak dla modelu multiplikatywnego.

Wartości początkowe F_{r+1}, S_{r+1}, wyznaczamy jak dla modelu multiplikatywnego. Natomiast

$$C_1 = y_1 - \frac{(y_1 + y_2 + ... + y_r)}{r};\ ....;C_r = y_r - \frac{(y_1 + y_2 + ... + y_r)}{r}$$

Uwaga.

$$C_1 + C_2 + ... + C_r = 0$$

L. Kowalski, 17.03.2005