

Model Browna (prosty model wygładzania wykładniczego).

Zwykle stosujemy ten model dla szeregów czasowych o stałym poziomie lub bardzo słabym trendzie i umiarkowanych wahaniami przypadkowych.

Model pozwala wyznaczyć prognozę wg wzoru:

$$y_t^* = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha) y_{t-1}^*, \quad t = 2, 3, \dots, n + 1$$

prognoza jest kombinacją wypukłą (średnią ważoną) przeszłej wartości zjawiska i przeszłej prognozy. $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$ – parametr wygładzania.

Wartość α dobieramy np. na podstawie kryterium najmniejszego błędu średniokwadratowego prognoz wygasłych s^* tzn. $\min_{\alpha} s^*(\alpha)$ gdzie

$$s^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - y_t^*(\alpha))^2}$$

Jeśli nie mamy możliwości wyznaczenia optymalnej wartości parametru wygładzania zwykle zaleca się stosowania wartości 0,1 – 0,3.

Uwaga

Równoważny wzór na prognozę w tym modelu ma postać:

$$y_t^* = y_{t-1}^* + \alpha(y_{t-1} - y_{t-1}^*)$$

zatem dla małych α prognoza w małym stopniu uwzględnia błąd ex post prognoz przeszłych.

Uwaga

Jako wartość y_1^* przyjmujemy jedną z wartości:

a) pierwszą wartość szeregu czasowego, $y_1^* = y_1$,

b) średnią z trzech początkowych wartości szeregu czasowego, $y_1^* = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$,

c) średnią z pięciu początkowych wartości szeregu czasowego, $y_1^* = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5}$.

Model Browna jest rozwinięciem metody średnich ważonych.

Wagi maleją wykładniczo przy coraz starszych danych.

Widać to gdy przekształcimy wzór na prognozę w tym modelu:

$$y_n^* = \alpha y_{n-1} + (1 - \alpha) y_{n-1}^*$$

podstawiając $y_{n-1}^* = \alpha y_{n-2} + (1 - \alpha) y_{n-2}^*$ otrzymamy

$$y_n^* = \alpha y_{n-1} + (1 - \alpha)(\alpha y_{n-2} + (1 - \alpha) y_{n-2}^*) = \alpha y_{n-1} + \alpha(1 - \alpha) y_{n-2} + (1 - \alpha)^2 y_{n-2}^*$$

następnie podstawiając $y_{n-2}^* = \alpha y_{n-3} + (1 - \alpha) y_{n-3}^*$ otrzymamy

$$y_n^* = \alpha y_{n-1} + \alpha(1-\alpha)y_{n-2} + (1-\alpha)^2(\alpha y_{n-3} + (1-\alpha)y_{n-3}^*) = \\ = \alpha y_{n-1} + \alpha(1-\alpha)y_{n-2} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{n-3} + (1-\alpha)^3 y_{n-3}^*$$

ostatecznie

$$y_n^* = \alpha y_{n-1} + \alpha(1-\alpha)y_{n-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^k y_{n-k+1} + \dots$$

Wagi przy poszczególnych elementach szeregu czasowego

$$\alpha > \alpha(1-\alpha) > \dots > \alpha(1-\alpha)^k > \dots$$

stanowią kolejne wyrazy ciągu geometrycznego o ilorazie $0 < 1-\alpha < 1$. Dla dużych n ich suma jest prawie równa 1 bowiem

$$\alpha + \alpha(1-\alpha) + \dots + \alpha(1-\alpha)^k + \dots = \frac{\alpha}{1-(1-\alpha)} = 1$$

Uwaga.

- jeśli wygładzenie szeregu czasowego (zwłaszcza dla dużych α) nie jest zadowalające to możemy powyższe wygładzanie powtórzyć,
- choć dla małych α wygładzenie jest lepsze, to nie zawsze wtedy jest najmniejszy błąd średniokwadratowy dla prognoz przeszłych, widać to w następującym przykładzie

Przykład (L. Kowalski, „Statystyka”, 2003), .

Liczba sprzedanych żarówek (tys. szt.) w hurtowni „LUMEN” w kolejnych kwartałach lat 1998-2000:

37, 36, 34, 33, 34, 33, 35, 34, 35, 33, 34, 36

Badając wielkość błędu średniokwadratowego dla różnych wartości α otrzymamy:

α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
błąd	1,47	1,39	1,36	1,35	1,35	1,36	1,37	1,38	1,41

Jak widać najlepsze (z tego punktu widzenia) wartości α są w przedziale $0,4 \div 0,5$.

błąd średniokwadratowy (zależność od α)

